

מתמטיקה ב

פרק 4 - פונקציות בשני משתנים לכלכלנים - עקומות שוות ערך ונגזרות חלקיות

תוכן העניינים

1. פונקציות של שני משתנים - קווי גובה.....1

פונקציות של שני משתנים – קווי גובה

שאלות

(1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה: $f(x, y) = \frac{y}{x}$?

שרטט מפת קווי גובה.

(2) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה: $f(x, y) = \ln x + \ln y$?

שרטט מפת קווי גובה.

(3) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה: $f(x, y) = x^2 + y^2$?

שרטט מפת קווי גובה.

(4) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה: $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$?

שרטט מפת קווי גובה.

(5) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה: $f(x, y) = \ln(x^2 - y)$?

שרטט מפת קווי גובה.

(6) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה: $f(x, y) = x\sqrt{y}$?

שרטט מפת קווי גובה.

(7) תהי: $y \geq 0$, $x \geq 0$, $u(x, y) = (x + p)(y + q)$ פונקציית תועלת של פרט.

הנקודות: $(0, 14)$, $(3, 2)$, $(1, 6)$ מונחות על אותה עקומת אדישות.

א. מצא את p ו- q . הצב אותם בפונקציית התועלת.

ב. מהי משוואת עקומת האדישות עליה מונחות הנקודות הנתונות?

עליך להגיע למשוואה מפורשת. שרטט את עקומת האדישות.

(8) שרטט לפונקציה: $f(x, y) = \begin{cases} x^2 + 3x - y - 3 & x^2 \geq y \\ -x^2 + 3x + y - 3 & x^2 < y \end{cases}$

את קו הגובה: $f(x, y) = 1$

$$(9) \text{ נגדיר: } f(x, y) = \begin{cases} 3x + y & y > x \\ 4x & y \leq x \end{cases} \text{ הנח כי: } x, y \geq 0$$

שרטט את העקומות שוות הערך: $f(x, y) = 4, 12$ עבור הפונקציה הנתונה.

$$(10) \text{ שרטט את מפת העקומות שוות הערך של: } f: R_+^2 \rightarrow R_+, f(x, y) = \min\left\{\frac{x}{3}, y\right\}$$

$$(11) \text{ שרטט עקומות שוות ערך לפונקציה: } f(x, y) = \min\{3x, y\}$$

$$(12) \text{ שרטט לפונקציה: } f(x, y) = \min\{y - x^2, x + y\}$$

$$\text{את קווי הגובה: } f(x, y) = 0, f(x, y) = 2$$

$$(13) \text{ נתונה הפונקציה: } f(x, y) = \begin{cases} x^2 - y & x \leq 1 \\ 2x + y & x > 1 \end{cases}$$

$$\text{א. שרטט את קו הגובה: } f(x, y) = 0$$

ב. לאילו ערכי C קו הגובה: $f(x, y) = C$ יהיה קו רציף?
צייר את קו הגובה במקרה זה.

$$(14) \text{ פונקציית התועלת של פרט הצורך את המוצרים } x \text{ ו- } y$$

$$u(x, y) = \begin{cases} y - x^2 + 4x & x \leq 4 \\ x - y & 4 < x \leq 6 \\ y - \ln x & 6 < x \end{cases} \text{ היא:}$$

$$\text{א. שרטט את קו הגובה: } u(x, y) = 3$$

ב. הסבר מהי המשמעות הכלכלית של קו הגובה שמצאת.

ג. ידוע כי הפרט צורך את הכמויות $(4, 8)$.

האם הפרט יהיה אדיש במעבר לצריכת הכמויות $(7, 9)$?

$$(15) \text{ שרטט את מפת העקומות שוות הערך של: } f: R^2 \rightarrow R, f(x, y) = 100 - 5x - 2y$$

באיזה כיוון עליך לזוז מעקומה לעקומה על מנת להגדיל את הערך של f ?

16) שרטט עקומות שוות ערך לפונקציה: $f(x, y) = 3x - y + 3$.

17) שרטט עקומות שוות ערך לפונקציה: $f(x, y) = x^3 - y$.

18) שרטט עקומות שוות ערך לפונקציה: $f(x, y) = (x-1)^2 + (y+3)^2$.

19) שרטט עקומות שוות ערך לפונקציה: $f(x, y) = e^{x-y}$.

20) שרטט עקומות שוות ערך לפונקציה: $f(x, y) = 2 \ln x + \ln y$.

21) שרטט לפונקציה: $f(x, y) = (x-y)^2$,

את קווי הגובה: $f(x, y) = 0$, $f(x, y) = 4$.

תשובות סופיות

- (1) $x \neq 0$, המישור ללא ציר ה- y .
- (2) $x > 0, y > 0$, הרביע הראשון ללא הצירים.
- (3) כל המישור.
- (4) $x^2 + y^2 \leq 1$, עיגול היחידה.
- (5) $y < x^2$
- (6) $y \geq 0$, חצי המישור העליון.
- (7) א. $u(x, y) = (x+1) \cdot (y+2)$, $p=1, q=2$
 ב. $y = \frac{16}{x+1} - 2$
- (8) ראה סרטון.
- (9) ראה סרטון.
- (10) ראה סרטון.
- (11) ראה סרטון.
- (12) ראה סרטון.
- (13) א. ראה סרטון.
 ב. $C=1.5$
- (14) א. ראה סרטון.
 ב. ראה סרטון.
 ג. הפרט לא אדיש.
- (15) ראה סרטון.
- (16) ראה סרטון.
- (17) ראה סרטון.
- (18) ראה סרטון.
- (19) ראה סרטון.
- (20) ראה סרטון.
- (21) ראה סרטון.